МАЗУРОВ ВЛ. Д.,
д. ф.-м. н., профессор,
профессор Уральского федерального университета
им. первого Президента РФ Б.Н. Ельцина,
Екатеринбург
СМИРНОВ А.И.,
к.ф.-м. н., доцент,
проректор по инновационному образованию Уральского
института экономики, управления и права,
г. Екатеринбург

МЕТОДЫ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ И РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ЭКОНОМИКЕ, ТЕХНИКЕ И МЕДИЦИНЕ

Целью наших исследований является попытка ответить на вопрос: каким образом можно реализовать эффективный выбор и диагностику в моделировании неформализованных целевых функций в математических, экономических и других приложениях (см. [1, с. 365; 2, с. 90; 3, с. 375]). По нашему мнению, плохо определенная информация, в, частности, относящаяся к ограничениям модели и ее критериям, сегодня должна обязательно учитываться в математических моделях экономики (см. [4, с.10-12; 5, с. 297-98]).

На наш взгляд, необходимо описывать взаимосвязи всех значимых факторов, независимо от того, насколько трудна эта задача. В частности, необходимо учитывать в дополнительных т.н. «экстра-моделях» факторы, связанные с взаимодействием с внешней средой.

Это относится также к важным социальным аспектам экономических явлений, экологических ограничений и критериев и эффектов технологической среды; все эти факторы должны быть учтены в экстра-моделях.

Вышеупомянутые требования могут быть реализованы в моделях прогнозирования и управления синтезом подходов, связанных с применением эвристических методов, методов распознавания образов и нейронных сетей [6, с. 296; 7, с. 74; 8, с. 156].

$$\boxed{\begin{array}{l} \qquad \mathbb{PR} : \mathbb{DA}; \mathbb{TAXON}; \mathbb{INFO}. \\ \mathbb{NS} : Z \to \underset{S}{\square} \to x \to \underset{A}{\square} \to \underset{R}{\square} \arg Z \end{array}}$$

Подход, основанный на нейронных сетях, эффективен в моделировании управления, в бизнес-планировании и в задачах прогнозирования. Нейронные сети особенно полезны и важны благодаря их универсальности как инструментов мониторинга и моделирования на основе их технологической эффективности: они являются средствами формализации неформализованного.

Нейронные сети позволяют рассмотреть объект моделирования сам по себе, без наносных априорных предположений и схем.

Итеративные методы настройки нейронных сетей позволяют осуществлять последовательность приближений модели к реальным объектам и ситуациям. Растущая эффективность нейронных сетей может быть объяснена многочисленными способами; аналогия с функционированием человеческого мозга - один из них, но суть дела в том, что нейронные сети - инструменты для строительства кусочно гладких зависимостей. Кроме того, потенциал нейронных сетей растет благодаря эффективным методам распознавания образов. Мы рассматриваем этот подход в качестве фундаментального, поскольку он активно использует принцип классификации по прецедентам.

Мы применяем методы обучения нейронных сетей к задаче оптимизации при моделировании различных систем в технике и экономике, учитывая неформализованные ограничения и критерии. В этих методах начальная модель, которая может быть довольно неточной, последовательно совершенствуется на основе новых прецедентов (число которых может быть потенциально бесконечным), построенных с помощью нейронных сетей.

Мы предполагаем, что концептуальная (возможно, еще не идентифицированная) модель технико-экономической ситуации является следующей: требуется найти оптимальный вектор $\tilde{x}$, заданный как $\tilde{x} = \arg\max\{f(x) : x \in M \bigcap \mathcal{D}\}$, где

$\mathcal{D}$ - множество n-мерных векторов таким образом, что $g_j(x) > 0 (j = \overline{1, p})$; M - набор векторов, удовлетворяющих системе $f_j(x) > 0 (j = \overline{1, m})$. Здесь g_j - формализованные зависимости; они известны, в то время как зависимости f_j - не формализованы. Множество M - это множество векторов состояния, допустимых согласно m неформализованным критериям. Пусть для любого j из множества $\overline{1, m}$ известны множества прецедентов M_j и N_j, где M_j - некоторый заданный набор векторов состояния, допустимых по j-му ограничению, и N_j - соответственно, множество недопустимых векторов.

Предполагается построить нейронную систему NS_j, отклик которой $NS_j(x)$ следующий:

$$NS_j(x) = \begin{cases} 1, \text{ if } x \in M_j, \\ -1, \text{ if } x \in N_j. \end{cases}$$

Функция f_j: $NS_j(x) = \operatorname{sgn} f_j(x)$, где $\operatorname{sgn} t = \begin{cases} 1, & t > 0, \\ -1, & \text{t<0,} \end{cases}$, соответствует нейронной сети NS_j.

Если целевая функция f неизвестна, то нейронная сеть может использоваться и для моделирования этой функции. С этой целью мы делим области ее значений на подобласти A_i. Предположим, что прецедентные множества $F_i, i = \overline{1, k}$, известны - при $x \in F_i$ выполнено $f(x) \in A_i$.

Тогда мы можем построить нейронные сети вида

$$fNS_i(x) = \begin{cases} 1, \text{ if } x \in F_i; \\ -1, \text{ if } x \in \bigcup\limits_{s>i} F_s. \end{cases}$$

Критерий строится согласно следующей схеме:

$$f(x) \in \begin{cases} A_1, \text{ if } fNS_1(x) = 1; & \text{иначе} \\ A_2, \text{ if } fNS_2(x) = 1; & \text{иначе} \\ \qquad \dots \\ A_{k-1}, \text{ if } fNS_{k-1}(x) = 1; & \text{иначе} \\ A_k \quad . \end{cases}$$

Начальная задача может быть приближенно решена следующим образом:

мы генерируем векторы x случайным образом и проверяем, допустимы ли они (т.е. принадлежат ли эти векторы множеству $M \bigcap \mathcal{D}$), вычисляем значение $fNS_i(x)$, которое затем используется для оценки значения функции f.

Дискриминантный анализ

Мы знаем, что $D = D_1 \bigcup D_2$ – подмножество R^n, но мы не знаем точно множества D_1 и D_2, известны только подмножества прецедентов: A из D_1 и B из D_2. Мы можем аппроксимировать неизвестные множества D_i с помощью дискриминантной функции f из класса функций F:

$$\begin{cases} f(x) > 0 \,, x \in A, \\ f(x) < 0, \; x \in B, \\ f \in F. \end{cases}$$

Задача нахождения функции f в (1) является задачей дискриминантного анализа $DA(A, B, F,)$, где F класс допустимых функций. Например, в качестве F могут быть выбраны:

$F = LIN \Rightarrow f(x) = f(x_1, \ldots, x_n) = \sum_1^n z_i x_i$; $F = AFF \Rightarrow f(x) = \sum z_i x_i + z_0$;

$F = Quadr \Rightarrow f(x) = (z, x) + z_0 + \sum z_{ij} x_i x_j$, и так далее – см. [9, с.67; 10, с.122].

Комитетные решения противоречивой системы уравнений и неравенств

Комитеты - некоторые обобщения понятия решения для случая противоречивой задачи, в частности в математическом программировании и в распознавании образов [11, с. 21-22; 12, с. 33].

<u>Определение</u>. Рассмотрим систему уравнений и неравенств:

$$\left. \begin{array}{c} h_i(x) = 0 \;\; (i \in I), \\ f_j(x) < 0 \;\; (j \in \mathrm{J}), \\ x \in X, \end{array} \right\} \qquad (1)$$

где X - произвольное множество, h_i и f_j - некоторые функции.

Система (1) может быть несовместной. Тогда комитетом системы (1) является набор $C = \{x^1, \ldots, x^q\}$ из X, такой, что каждое ограничение в (1) удовлетворяется большинством элементов C.

Заметим, что было бы более корректным предположить C упорядоченным, т.к. в некоторых задачах элементы комитета могут повторяться. В таких случаях мы должны предполагать, что $C=[x^1,\dots,x^q]$.

Таким образом, мы видим, что метод комитетов - это метод, использующий вместо решения комитет C, метод, основанный на обобщении понятия решения в случае противоречивой задачи. Это относится к задачам, не имеющим обычного решения.

Мы рассматриваем комитет большинства и p- комитет. Комитет большинства – такой набор элементов, что каждому условию рассматриваемой задачи удовлетворяет большинство его элементов. Его обобщение - p- комитет - для некоторой задачи (найти x, принадлежащий набору M_i, $i\in I$) – это такое конечное множество C, что для любого $i\in I$ выполнено $|C\bigcap M_i|>p|c|$.

Ситуации, когда комитет ($p=1/2$) не существует, весьма редки. В случае простой системы $f(x)=a$, $f(x)=b$ где $a\neq b$ мы можем ее рассматривать и как систему как систему относительно x, и как систему относительно f. В обоих случаях существует p- комитет при $p=1/2$.

Комитеты для дискриминантного анализа [5]

Рассмотрим задачу $DA(A,B,F)$: найти разделяющую функцию f из класса функций F:

$$\begin{aligned} &f(a)>0 \quad \text{(for } a \text{ from } A\text{)},\\ &f(b)<0 \quad \text{(for } b \text{ from } B\text{)}.\end{aligned}$$

Разделяющий комитет $C=[f_1,\dots,f_q]$ – это такое упорядоченное множество из F, что:

для каждого a из A: $f_i(a)>0$ для большинства i из $\{1,\dots,m\}$,

для каждого b из B: $f_i(b)<0$ для большинства i из $\{1,\dots,m\}$.

<u>Теорема существования p- комитета системы множеств:</u>

Пусть $M_1,\dots,M_m$ - некоторые множества, и k такое натуральное число, что:

а) $k/m>p$ где m число множеств;

b) произвольные k множеств имеют непустое пересечение.

Тогда p - комитет существует.

Теорема существования комитета линейной системы неравенств:

Необходимым и достаточным условием существования комитета системы $(c_j, x) > b_j (j = \overline{1,m})$ является условие: каждая пара неравенств совместна. В этом случае $|C_{\min}| < m+1$.

Теорема существования разделяющего комитета:

Пусть A и B - некоторые конечные множества. Аффинный разделяющий комитет для A и B существует тогда и только тогда, когда пересечение множеств A и B пусто. В этом случае $|C|_{\min} <| A \bigcup B| + 1$.

Двойственная система линейных неравенств для нахождения тупиковых подсистем

Для системы

$$(c_j, x) > 0 \ \ (j = \overline{1,m}) \qquad (2)$$

мы строим двойственную систему

$$\sum_j u_j c_j = 0, \ u \geq 0 \qquad (3)$$

Пусть $U = \{u : (3)\}$, $U^* = \{u^1, \ldots, u^q\}$ - множество фундаментальных решений системы (3). Тогда $J_i = J(u^i)$ - множество номеров строго положительных компонент u^i - является множеством индексов минимальных (по включению) несовместных подсистем системы (2).

Если S - множество индексов максимальной совместной подсистемы системы (1), то S не содержит J_i: $S \not\subset J_i (\forall i \in \overline{1,s})$.

Заметим, что современное развитие теории комитетов относится к сфере интеллектуальных нейронных сетей, а именно слоистых сетей. Действительно, метод комитетов связан со следующей нейронной сетью: если $C = [f_1, \ldots, f_q]$ - некоторый разделяющий комитет, то имеется сеть Z (начальная задача) $\rightarrow$ S (сенсорный слой) $\rightarrow$ $f = [f_1, \ldots, f_q]$ (скрытый слой) $\rightarrow$ (весовой слой) $\rightarrow \operatorname{sgn}(f, z) = \arg Z$ [13, p.87; 14, p.144-145].

ЛИТЕРАТУРА

1. Mazurov Vl.D. Method of Committees and application in operations research // Math. Oper. Forsch. u. Statist. (Optimization). 1979. T. 10. № 3. P. 365-371.

2. Mazurov Vl.D. Committee solution of ill-posed problem of optimization and classification // Berichte Humboldt – Univ, 1986. P. 90-95.

3. Mazurov Vl.D. Solving of optimiz. and identif. probl. by the committee method // Pattern Recognition. 1987. № 3. P. 375-394.

4. Mazurov Vl.D., Kazantsev V.S., Beletskii N.G., Krivonogov A.I., and Smirnov A.I. Topics in Justification and Application of Committee Recognition Algorithms // Recognition, Classification, Forecasting. 1989. P. 114-148.

5. Mazurov Vl.D. Method of committees – Moscow: Nauka, 1990. – 248 p.

6. Mazurov Vl.D. Learning neuron systems & duality in pattern recogn. // Pattern Recogn. & Image Analysis. 1993. T. 3. № 3. P. 296-299.

7. Leeuw K., Katznelson Y. Functions that operate on non-self-adjoint algebras // J. d' Anal. Math. 1993. Vol. 11. P. 74-81.

8. Mazurov Vl.D. Efficient choice and diagnostics in the network // Pattern Recogn. & Image Analysis. 2000. Vol. 10. №1. P. 153-155.

9. Mazurov Vl.D., Khachay M.Yu., Rubin A.I. Committee constructions for solving problems of selextion, diag-nosis, and prediction // Proceeding of the Steclov Institute of Mathematics. 2002. Suppl. 1. P. 67-101.

10. Мазуров Вл.Д., Смирнов А.И. Методы распознавания образов в интеллектуальных информационных системах // Вестник Уральского института экономики, управления и права. 2008. №2(3). С.122-131.

11. Мазуров Вл. Д. Философия математической экономики: (Монография) Екатеринбург: Изд-во Урал. университета, 2009. 207 с.

12. Mazurov Vl.D. Nonstationary processes for pattern recognition Ural Institute of Economic, Menedgment and Law, 2011. 96 p.

13. Мазуров Вл.Д., Смирнов А.И. Противоречия и классификация // Вестник Уральского института экономики, управления и права. 2011. №1(14). С. 86-94.

14. Мазуров Вл.Д., Смирнов А.И. Интерпретация противоречивых изображений

на основе систем линейных неравенств // Труды Тнститута математики и механики УрО РАН. 2012. Т. 18. № 3. С. 144 – 154.

MAZUROV VL.D.,

doctor of mathematics,

SMIRNOV A.I.,

cand. sc. (mathematics), Ural Institute of Economics, Management and Law, Russia, Ekaterinburg

METHODS OF NEURAL NETWORKS AND PATTERN RECOGNITION AND THEIRS APPLICATIONS TO ECONOMY, ENGINEERING, AND MEDICINE

Our first question is the following: how is it possible, to analyse the efficient choice and diagnostics, in the modeling the non-formal objective functions, in to mathematical, economic and other applications – see [1, p.365; 2, p.90; 3, p.375]. In our opinion, today, uncertain information, as well as unformalized constraints and criteria, should be necessarily taken into account in mathematical models of the economy (see [4, p.10-12; 5, p.297-98].

Therefore, it is necessary to describe the interrelations of all significant factors, no matter how difficult this task may be. And it is also necessary to describe the circumstances that are conventionally referred to as "extra-models" ones.

The point is that rather important social aspects of economic phenomena, as well as ecological constraints and criteria and the effects of natural and technological environment, all turn out to be "extra-models".

The above requirements can be taken into account in control and predicttion models by synthesizing and organization models and approach, by organizing expert judgements, by using heuristic methods, pattern recognition, and neural networks [6, p.296; 7, p.74; 8, p.156].

$$\boxed{\begin{array}{c} \mathbb{PR} : \mathbb{DA}; \mathbb{TAXON}; \mathbb{INFO}. \\ \mathbb{NS} : Z \to \underset{S}{\square} \to x \to \underset{A}{\square} \to \underset{R}{\square} \arg Z \end{array}}$$

Neural networks are efficient in formalizing the control, business planning, and prediction processes. Neural networks are particularly useful and important because of their universality as tools for simulation and monitoring and due to their technological efficiency: they are tools for formalizing the non-formalized.

Neural networks make it possible to consider the object of modeling itself rather than some a priori assumptions and frames that are prepared in advance.

Iteration methods of tuning the neural networks allow one to implement a sequence of more and more precise fittings (сборка, приспособление) of a model to real objects and situations. The increased (увеличивающаяся) efficiency of neural networks can be explained in numerous ways; the analogy with human brain's functioning is one of them, but the heart of the matter is that neural networks are tools for constructing piecewise smooth (гладкие) dependences. Moreover, this potentiality of neural networks is supported by advanced pat-tern recognition methods. We consider this approach like fundamental because it actively uses the classification-by-precedent principle.

Here the apply the methods of neural networks training to the optimization problem of modeling different situation in technology and economics by taking into consideration un-formalized constraints and criteria. In these methods, the initial model, which may be rather inaccurate, is successively refined as the new precedent information (which may be potentially infinitive) is constructed through the use of neural networks.

We assume that a conceptual (perhaps not yet identified) model of a technical-economic situation is as follows: it is required to find an optimal vector $\tilde{x}$, given by $\tilde{x} = \arg\max\{f(x) : x \in M \bigcap \mathcal{D}\}$, where $\mathcal{D}$ is the set of n-dimentional vectors such that $g_j(x) > 0 (j = \overline{1, p})$; M is set of vectors that satisfy the system $f_j(x) > 0 (j = \overline{1, m})$. Here g_j are formalized dependences; they are known, while the dependences f_j are not formalized. The set M is a set of state vectors that are admissible according to m un-formalized criteria. Let, for any j of the set $\overline{1, m}$, the precedent sets M_j and N_j be known, where M_j is some known collection of state vectors that are admissible according to the j-th constraint, and N_j is the collection of inadmissible vectors.

It is proposed to construct the neural system NS_j whose response (отклик) $NS_j(x)$ is as follows:

$$NS_j(x)=\begin{cases}1, \text{ if } x\in M_j,\\ -1, \text{ if } x\in N_j.\end{cases}$$

The function f_j: $NS_j(x)=\operatorname{sgn} f_j(x)$, there $\operatorname{sgn} t=\begin{cases}1 \text{ for } t>0;\\ -1 \text{ otherwise,}\end{cases}$ corresponds to the neural network NS_j.

If the criterion function f is not known, than the neural network can be used for modeling this function as well. For this purpose, we partition the range of values the criterion into the subregions A_i. Suppose that the precedent sets $F_i, i=\overline{1,k}$, are known, such that whenever $x\in F_i$, than $f(x)\in A_i$.

Than we can construct the neural networks of the form

$$fNS_i(x)=\begin{cases}1, \text{ if } x\in F_i;\\ -1, \text{ if } x\in \bigcup\limits_{s>i} F_s.\end{cases}$$

The criterion is modeled according to the following scheme:

$$f(x)\in\begin{cases}A_1, \text{ if } fNS_1(x)=1; \text{ otherwise}\\ A_2, \text{ if } fNS_2(x)=1; \text{ otherwise}\\ \dots\\ A_{k-1}, \text{ if } fNS_{k-1}(x)=1; \text{ otherwise}\\ A_k.\end{cases}$$

The initial problem can be approximately solved in the following way: we generate vector x at random, verify whether they are admissible (i. e. whether these vectors belongs to $M\cap\mathcal{D}$), and calculate $fNS_i(x)$, which is then used for the estimation of the values of the function f.

Discriminant analysis

We know that $D=D_1\cup D_2$ is the subset of R^n, but we do not know exactly the sets D_1 and D_2, we only know the precedent subsets: A from D_1 and B from D_2. And then we can approximate the unknown sets D_i through discriminant function f from functional class F:

$$\begin{cases} f(x) > 0 \text{ for all } x \text{ from } A, \\ f(x) < 0 \text{ for all } x \text{ from B}, \\ \quad f \text{ from } F. \end{cases}$$

And the problem of finding the function f in (1) is discriminant analysis problem $DA(A,B,F,)$, here F is the class of feasible functions. For example, F may be: $F = LIN \Rightarrow f(x) = f(x_1,\ldots,x_n) = \sum_1^n z_i x_i$; $F = AFF \Rightarrow f(x) = \sum z_i x_i + z_0$; $F = Quadr \Rightarrow f(x) = (z,x) + z_0 + \sum z_{ij} x_i x_j$, and so on – see [9, p.67; 10, p.122].

The committee solutions of contradictory equations and inequalities system

The committees are some generalizations of a solution conception on a case of improper (contradictory) problems, in particular in mathematical programming and in pattern recognition [11, p.21-22; 12, p. 33].

Definition. Let's consider a system of equations and inequalities:

$$\left.\begin{aligned} h_i(x) = 0 (i \text{ belongs to } I), \\ f_j(x) < 0 (j \text{ belongs to J}), \\ x \text{ belongs to } X, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

where X is an arbitrary set, h_i and f_j are some functions.

The system (1) may be inconsistent. Then a committee for (1) is the set $C = \{x^1,\ldots,x^q\}$ in X such that each relation from (1) is satisfied by the majority of the set of members of C.

Note that it may be more correct to assume that C is ordered set because for some problems the members of committees may be repeated. In such cases we must suppose that $C = [x^1,\ldots,x^q]$.

So, we may see that the committee method it is the method where we use (instead of solution the committee C), it is the method based on the generalization of solution conception on the case of contradictory problems. It is: for the problems which have not the common (or usual) solutions.

We may consider a majority committee and the p - committee. The majority committee is the assembly of elements – such that for each condition of considered problem the majority of elements are satisfied to the condition. The p - committee for some problem(in abstract form; to find x, x belongs to the set M_i (i belongs to the set I)) is the finite set C such that for any i from I: $|C \cap M_i| > p|c|$.

The seldom example where the committee (by $p = 1/2$) no exists. We may consider $f(x) = a$, $f(x) = b$, where $a \neq b$, as system relatively x, and also like system relatively f. In both cases here may exist a p- committee by $p = 1/2$.

Committees for discriminant analysis [5]:

Let's consider the problem $DA(A, B, F)$: to find the separating function f from functional class F:

$$f(a) > 0 \quad \text{(for } a \text{ from } A\text{)},$$
$$f(b) < 0 \quad \text{(for } b \text{ from } B\text{)}.$$

The separating committee $C = [f_1, \ldots, f_q]$ is ordered set from F:

For each a from A: $f_i(a) > 0$ for majority i from $\{1, \ldots, m\}$,

For each b from B: $f_i(b) < 0$ for majority i from $\{1, \ldots, m\}$.

<u>An existence theorem for a p- committee of a system of sets</u>:

Let $M_1, \ldots, M_m$ be some sets. And let k be such a natural number that:

a) $k/m > p$ where m is the number of sets;

b) arbitrary k set have a non-empty intersection.

Then the p- committee exists.

<u>An existence theorem for a committee of linear inequalities system</u>:

The necessary and sufficient condition for existence of a committee of system $(c_j, x) > b_j (j = \overline{1, m})$ is: each pair of inequalities is consistent. And moreover, $|C_{\min}| < m + 1$.

<u>An existence theorem for a discriminant committee</u>:

Let A and B be some finite sets. The affine discriminant committee for A and B exists $\Leftrightarrow$ the intersection of sets A and B is empty. And $|C|_{\min} < |A \cup B| + 1$.

<u>The dual linear inequalities system for finding the deadlock subsystems</u>

For system

$$(c_j, x) > 0 \ (j = \overline{1, m}) \tag{2}$$

we build the dual system

$$\sum_j u_j c_j = 0,\ u \geq 0 \qquad (3)$$

Let be $U = \{u : (3)\}$, $U^* = \{u^1, \dots, u^q\}$ be the set of fundamental solutions of system (3). Then $J_i = J(u^i)$ - set of numbers of strictly positive components of u^i is the indexes set of minimal (in sense of including) non-solvable subsystems of system (2).

If S is the indexes set of maximal solvable subsystem of system (1) then S is not including the J_i: $S \not\subset J_i (\forall i \in \overline{1,s})$.

Note that modern development of committee theory lies in sphere of artificial neural networks, namely - of the layered networks. Really, the committee method is connected with following neural network: if $C = [f_1, \dots, f_q]$ is some discriminant committee, then we have the network Z (initial problem) $\rightarrow$ S (sensor layer) $\rightarrow$ $f = [f_1, \dots, f_q]$ (latent layer) $\rightarrow$ $[Z_1, \dots, Z_q]$ (weight layer) $\rightarrow$ $\mathrm{sgn}(f, z) = \arg Z$ [13, p.87; 14, p.144-145].

REFERENCES

1. Mazurov Vl.D. Method of Committees and application in operations research // Math. Oper. Forsch. u. Statist. (Optimization). 1979. т. 10. № 3. P. 365-371.

2. Mazurov Vl.D. Committee solution of ill-posed problem of optimization and classification // Berichte Humboldt - Univ. 1986. P. 90-95.

3. Mazurov Vl.D. Solving of optimiz. and identif. probl. by the committee method // Pattern Recognition. 1987. № 3. P. 375-394.

4. Mazurov Vl.D., Kazantsev V.S., Beletskii N.G., Krivonogov A.I., and Smirnov A.I. Topics in Justification and Application of Committee Recognition Algorithms // Recognition, Classification, Forecasting. 1989. P. 114-148.

5. Mazurov Vl.D. Method of committees – Moscow: Nauka, 1990. – 248 p.

6. Mazurov Vl.D. Learning neuron systems & duality in pattern recogn. // Pattern Recogn. & Image Analysis. 1993. т. 3. № 3. P. 296-299.

7. Leeuw K., Katznelson Y. Functions that operate on non-self-adjoint algebras // J. d' Anal. Math. 1993. vol. 11. P. 74-81.

8. Mazurov Vl.D. Efficient choice and diagnostics in the network // Pattern Recogn. & Image Analysis. 2000. vol. 10. №1. P. 153-155.
9. Mazurov Vl.D., Khachay M.Yu., Rubin A.I. Committee constructions for solving problems of selextion, diag-nosis, and prediction // Proceeding of the Steclov Institute of Mathematics. 2002. Suppl. 1. P. 67-101.
10. Мазуров В.Д., Смирнов А.И. Методы распознавания образов в интеллектуальных информационных системах // Вестник Уральского института экономики, управления и права. 2008. №2(3). С.122-131.
11. Мазуров Вл. Д. Философия математической экономики (монография) – Екатеринбург: Изд-во Урал. Университета, 2009. – 207 с.
12. Mazurov Vl.D. Nonstationary processes for pattern recognition – Ural Institute of Economic, Menedgment and Law, 2011. – 96 p.
13. Мазуров В.Д., Смирнов А.И. Противоречия и классификация //Вестник Уральского института экономики, управления и права. 2011. №1(14). С. 86-94.
14. Мазуров В.Д., Смирнов А.И. Интерпретация противоречивых изображений на основе систем линейных неравенств //Труды института математики и механики УрО РАН. 2012. т. 18. № 3. С. 144 – 154.